**Лабораторная № 5**

***Цель работы***: усвоить сущность и методы решения ***обыкновенных дифференциальных уравнений***. Овладеть технологией решения обыкновенного дифференциального уравнения.

Численное решение дифференциального уравнения предполагает получение числовой таблицы приближенных значений *yi* искомой функции *y* = *f*(*x)* с заданной точностью для некоторых значений аргумента *xi * [*a*, *b*].

Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений возможно методами:

метод Эйлера (первого порядка точности),

модифицированный метод Эйлера-Коши (второго порядка точности)

методы Рунге-Кутты

методы Адамса.

***Метод Рунге-Кутты*** четвёртого порядка точности имеет вид.

*k1* = *hf*(*xk*, *yk*),

*k2* = *hf*(*xk* + *h*/2, *yk* + *k1*/2),

*k3* = *hf*(*xk* + *h*/2, *yk* + *k2*/2),

*k4* = *hf*(*xk* + *h*, *yk* + *k3*),

*yk*=1/6(*k1* + *2k2* + *2k3* + *k4*), *yk* + 1=*yk* + *yk*, *xk* + 1=*xk* + *h.*

***Методы Адамса*** третьего и четвертого порядков точности имеют вид

*yi + 1 = yi + h (23y'i - 16y'i-1 + 5y'i-2)/12;*

*yi + 1 = yi + h (55y'i - 59y'i-1 + 37y'i-2 - 9y'i-3)/24.*

Погрешность решения, найденного этими методами, оценивается величиной O(*hm*)*,* где *m* - порядок метода.

Таким образом, метод Рунге-Кутта 4-го порядка и метод Адамса четвертого порядка имеют одинаковую оценку погрешности, но метод Адамса требует примерно вчетверо меньшего объема вычислений.

***Задание.***

**Для всех заданий точность 0,001**

Решить уравнение 1 методом Эйлера 2-го порядка точности (т.е. методом Эйлера-Коши) и методом Рунге-Кутта 4-го порядка точности.

Решить уравнение 2 методами Адамса 3-го порядка точности и 4-го порядка точности. ВНИМАНИЕ! Уравнение 2 - это дифференциальное уравнение 2-го порядка. Подробно расписать как решается уравнение.

Точность вычислений и для первого, и для второго уравнения контролировать методом двойного пересчета.

Сущность метода состоит в последовательных итерациях, каждая следующая из них соответствует удвоению числа точек разбиения. Сравниваются значения в совпадающих узлах. Вычисления прекращаются, когда максимальной модуль разности значений функции в совпадающих узлах для двух итераций становится меньше заранее заданной малой величины.

Результаты вывести в виде таблиц последних 16 точек для последней и 8 точек для предпоследней итераций, в которых первая колонка значения Хk , вторая колонка – значения найденных Yk для предпоследней итерации, третья - значения найденных Yk для последней итерации, четвертая – разность значений из 2-й и 3-й колонок.

Указать число точек разбиения для последней итерации.

***Варианты задания***

Для всех вариантов и уравнений y(*a*) = 0, [*a*, *b*] = [0; 0,5], для уравнения 2 - y(*a*) = 1. Точность решения 0,001.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № вар. | | Уравнение 1 | | Уравнение 2 | |
| 1, 33 | | *y* = 1 + 0,*2y sin x* - *y2* | | *y* = *cos*(*x* + *y*) + 0,5(*x* - *y*) | |
| 2, 34 | | *y* = *y2+cos*(1 + *x*) | | *y* = (1 - *y2*)*cos x* + 0,*6y* | |
| 3 | | *y* = *cos*(*x* + 2) - 0,*3y2* | | *y* = 1 + 0,*4y sin x* - 1,*5y2* | |
| 4 | | *y* = *cos*(1,5 + *x*) + 0,*1y2* | | *y* = *cos*(1,*5x* + *y*) + (*x* - *y*) | |
| 5 | | *y* = *cos*(1 + *x*) - 0,*5y2* | | *y* = 1 - s*in*(*x* + *y*) | |
| 6 | | *y* = *cos x -* 0,*5y2* | | *y* = 0,*6sin x* - 1,*25y2* | |
| 7 | | *y* = 1 + s*in x - 2y2* | | *y* = *cos*(*x* + *y*) + 1,5(*x* - *y*) | |
| 8 | | *y* = 1 + 2,*2sin x* + 1,*5y2* | | *y* = *cos*(1,*5x* + *y*) + (*x* - *y*) | |
| 9 | | *y* = 1 - s*in*(*2x* + *y*) | | *y* = 1 + (1 - *x*)s*in y* | |
| 10 | | *y* = s*in*(*2x* + *y*) - 0,*3y* | | *y* = *cos*(1,*5x* + *y*) | |
| 11 | | *y* = (0,8 - *y2*)*cos x* | | *y* = (*x* - 1)s*in y* | |
| 12 | | *y* = 1 + 2,*2sin x* + 1,*5y2* | | *y* = *cos*(*x* + *y*) + 0,5(*x* - *y*) | |
| 13 | | *y* = *cos*(*x* + 2) - 0,*3y2* | | *y* = 1 - s*in*(1,*5x2* + *y*) | |
| 14 | | *y* = *cos*(*x2* + *y*) - 0,*5y2* | | *y* = s*in*(1,*5x* + *y2*) - 0,*5y* | |
| 15 | | *y* = cos(*x2* - *y2*) + 0,*2y* | | y** = 1 - s*in*(0,*75x* + *y2*) | |
| 16 | | *y’* = *cos*(*x* + *y*) + 0,5(*x* - *y*) | | | *y* = 1 + 0,*2y sin x* - *y2* |
| 17 | | *y’* = (1 - *y2*)*cos x* + 0,*6y* | | | *y* = *y2 cos*(1 + *x*) |
| № вар. | | Уравнение 1 | | Уравнение 2 | |
| 18 | | *y’* = 1 + 0,*4y sin x* - 1,*5y2* | | | *y* = *cos*(*x* + 2) - 0,*3y2* |
| 19 | | *y’* = *cos*(1,*5x* + *y*) + (*x* - *y*) | | | *y* = *cos*(1,5 + *x*) + 0,*1y2* |
| 20 | | *y’* = 1 - s*in*(*x* + *y*) | | | *y* = *cos*(1 + *x*) - 0,*5y2* |
| 21 | | *y = 2 + 1,2y sin x - y2* | | | *y = cos(x + y) + 2,5(x - y)* |
| 22 | | *y = y2 +cos(3 + x)* | | | *y = (1 - y2)cos x + 2,6y* |
| 23 | | *y = cos(x + 2) - 2,3y2* | | | *y = 1 + 0,4y sin x - 3,5y2* |
| 24 | | *y = cos(3,5 + x) + 1,1y2* | | | *y = cos(3,5x + y) + (x - y)* |
| 25 | | *y = cos(1 + x) - 2,5y2* | | | *y = 5 - sin(x + y)* |
| 26 | | *y = cos x - 2,5y2* | | | *y = 3,6sin x - 1,25y2* |
| 27 | | *y = 2 + sin x - 3y2* | | | *y = cos(x + y) + 3,5(x - y)* |
| 28 | | *y = 1 + 4,2sin x + 0,5y2* | | | *y = cos(4,5x + y) + (x - y)* |
| 29 | | *y = 1 - sin(3x + y)* | | | *y = 3 + (3 - x)sin y* |
| 30 | | *y = sin(3x + y) - 3,3y* | | | *y = cos(3,5x + y)* |
| 31 | | *y = (3,8 - y2)cos x* | | | *y = (x - 3)sin y* |
| 32 | | *y = 1 + 3,2sin x + 3,5y2* | | | *y = cos(x + y) + 3,5(x - y)* |